

Prof. Dr. Alfred Toth

Die relationale Fundierung der Ontik

1. Bense (1979, S. 53) hatte die Zeichenrelation als «gestufte» Relation bzw. «Relation über Relation» eingeführt:

$ZR(M, O, I) =$

$ZR(M, M \rightarrow O, M \rightarrow O \rightarrow I) =$

$ZR(\text{mon. Rel.}, \text{dyad. Rel.}, \text{triad. Rel.})$

$ZR(.1., .2., .3.) =$

1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
			2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
						3.1	3.2	3.3

„Mit dieser Notation wird endgültig deutlich, daß Repräsentation auf Semiotizität und Semiotizität auf Gradation der Relationalität beruht“ (Bense 1979, S. 53). Man darf somit eine semiotische Relation als eine gradative Relation definieren. Und da somit gilt

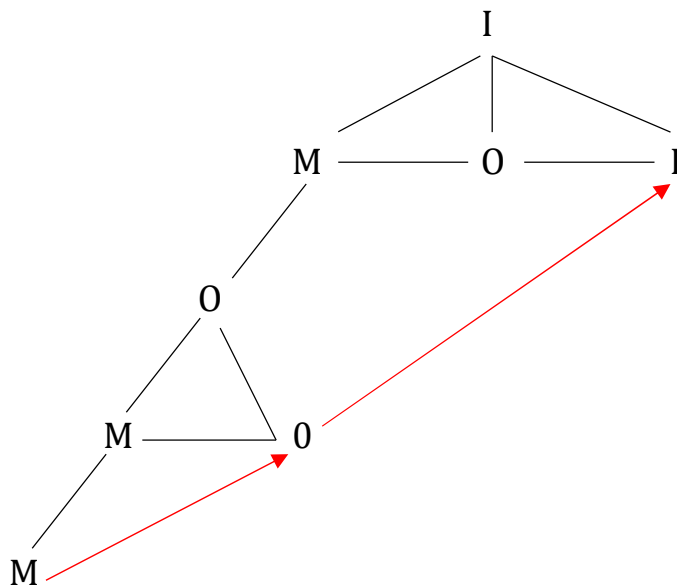
$Z = (1, 2, 3) = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$,

ist Z also eine Relation, die sich selbst und alle ihre Teilrelationen enthält. Als selbstreflexive Relation kann sie allerdings nur mittels einer Mengentheorie beschrieben werden, für die das Fundierungsaxiom nicht gilt (vgl. Aczel 1988).

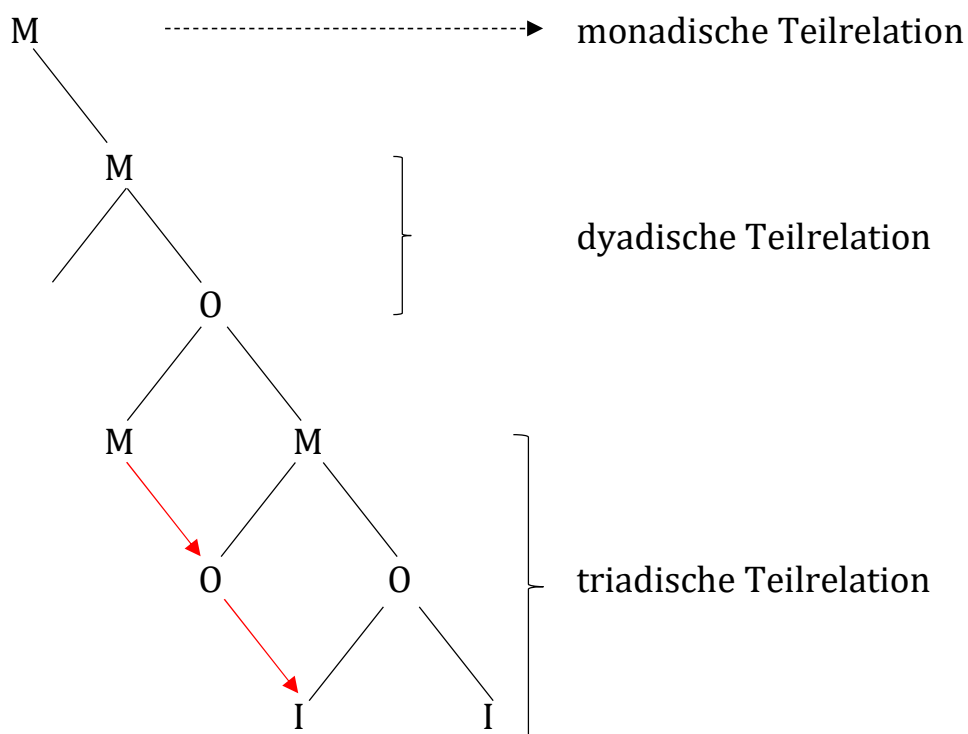
Graphisch läßt sich die relationalzahlige Relation

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

durch



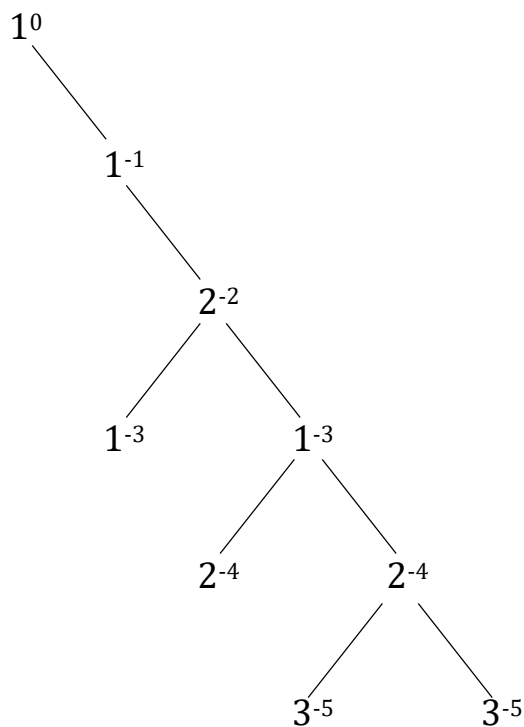
darstellen. Man kann diesen Graphen leicht in eine Baumableitung verwandeln, indem man mit der Kategorie M als Kopf der Ableitung beginnt.



Wenn man nun die semiotischen Kategorien auf die Peircezahlen abbildet

$$\text{Kat}(\text{sem}) \rightarrow P = (M, O, I) \rightarrow (1, 2, 3),$$

dann erhält man den folgenden semiotischen Baum mitsamt den Einbettungsstufen



Z lässt sich damit in der Form von Relationalzahlen (R) redefinieren (vgl. Toth 2019)

$$Z = ((1^0, 1^{-1}, 1^{-3}), (2^{-2}, 2^{-4}), 3^{-5}).$$

Für jede Peircezahl P gilt also $P = f(R)$. Damit werden aber Lücken in der M-Zahlenfolge durch Zahlen aus den O- und I-Folgen geschlossen:

	M	O	I
0	1		
-1	1		
-2	←	2	
-3	1		
-4	←	2	
-5	←		3

Mit der Abbildung von Peanozahlen und Relationalzahlen geht also eine Rechtsmehrdeutigkeit einher, welche zwar auf Kosten der mathematischen Präzision geht, gleichzeitig aber ein zusätzliches Moment der kategorialen Freiheit schafft. (Entsprechendes ist aus der Mathematik der Qualitäten bekannt, vgl. Kronthaler 1986, S. 60.).

Bildet man nun die Peircezahlen auf Relationalzahlen ab (vgl. Toth 2021a), dann wird wegen Rechtsmehrdeutigkeit der Abbildung jedem $Z \subset \text{Zkl}$ ein Feld $F(Z)$ zugeordnet.

2. In Toth (2021b) hatten wir das ontische Zeichen wie folgt definiert

$O = (\text{Form}, \text{Inhalt})$.

O weist also die logische Form (x, y) auf mit x als Konstanten (Form) und y als Variablen (Inhalt).

Mit Toth (2012) haben wir

$y = (\beta: (x, y) \rightarrow (x, \beta))$,

darin $\beta \in B = (\beta, \gamma, \delta, \dots)$ eine (thematische) Belegung ist. O ist somit als Objektform mit Belegung definierbar.

O ist somit arbiträr vermöge der thematischen Belegung β . Im Anschluß an Toth (2015) unterscheiden wir zwischen Dethematisierung, Rethematisierung und Umthematisierung

Dethematisierung: $O = (x, \beta) \rightarrow O' = (x, y)$

Rethematisierung: $O = (x, \beta) \rightarrow O' = (x, \beta')$

Umthematisierung: $O = (x, \beta) \rightarrow O' = (x, \gamma)$.

Sei nun

$F = (x.y) \subseteq (Z \times Z)$,

d.h. die Menge der 9 Subzeichen, die aus Z gebildet werden können. Dann bekommen wir

$F = (x.y) \rightarrow R(x.y)$

(1.1) $\rightarrow (1^0, 1^0), (1^0, 1^{-1}), (1^0, 1^{-3})$
 $(1^{-1}, 1^0), (1^{-1}, 1^{-1}), (1^{-1}, 1^{-3})$
 $(1^{-3}, 1^0), (1^{-3}, 1^{-1}), (1^{-3}, 1^{-3})$

(1.2) $\rightarrow (1^0, 2^{-2}), (1^0, 2^{-4})$
 $(1^{-1}, 2^{-2}), (1^{-1}, 2^{-4})$
 $(1^{-3}, 2^{-2}), (1^{-3}, 2^{-4})$

(1.3) $\rightarrow (1^0, 3^{-5})$
 $(1^{-1}, 3^{-5})$

$$\begin{array}{ll}
 & (1^{-3}, 3^{-5}) \\
 (2.1) & \rightarrow (2^{-2}, 1^0), (2^{-2}, 1^{-1}), (2^{-2}, 1^{-3}) \\
 & (2^{-4}, 1^0), (2^{-4}, 1^{-1}), (2^{-4}, 1^{-3}) \\
 (2.2) & \rightarrow (2^{-2}, 2^{-2}), (2^{-2}, 2^{-4}) \\
 & (2^{-4}, 2^{-2}), (2^{-4}, 2^{-4}) \\
 (2.3) & \rightarrow (2^{-2}, 3^{-5}) \\
 & (2^{-4}, 3^{-5}) \\
 (3.1) & \rightarrow (3^{-5}, 1^0), (3^{-5}, 1^{-1}), (3^{-5}, 1^{-3}) \\
 (3.2) & \rightarrow (3^{-5}, 2^{-2}), (3^{-5}, 2^{-4}) \\
 (3.3) & \rightarrow (3^{-5}, 3^{-5})
 \end{array}$$

Wir haben nun die Subzeichen als Formelemente von O auf ihre relationalen Basen abgebildet und dadurch die tiefste erkenntnistheoretische Stufe erreicht, die ohne Kenose, d.h. ohne die g nthersche Proemialrelation erreichbar ist. Diese $R(x,y)$ fungieren nun im Sinne Benses polyrepr sentativ; entsprechend werden die ontische Elemente von O als «affine Sachverhalte» kategorisiert (Bense 1983, S. 45).

Literatur

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Stanford, CA, 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Systemformen und Belegungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Subkategorisierung von Systemsemantik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Toth, Alfred, Theorie der Relationalzahlen. Tucson, AZ, 2019

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie qualitativer Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2021a

Toth, Alfred, Das ontische Zeichen I-XII. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2021b

4.7.2021